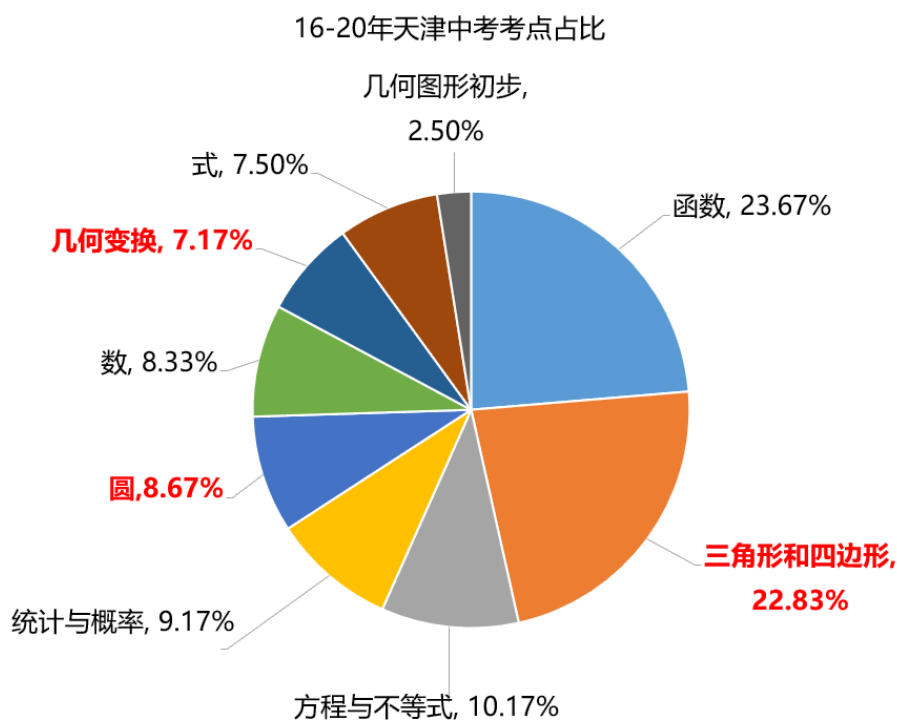


第1讲 格点问题基础

《格点问题》在中考18题进行考察，难度极高，题目的综合性非常强，需要将格点作图原理与各种几何原理综合，需要学生有一定的知识储备，构建一定的知识体系，以便后续综合性的学习。

本模块难度偏高，适用于格点问题短期突破。本模块分为格点问题基础、格点问题进阶、格点问题冲刺3讲内容，配套练习进一步巩固所学内容，专项练习，巩固解题思路。

 知己知彼



年份	分值	占比	题号
2020年	3	2.5%	18
2019年	3	2.5%	18
2018年	3	2.5%	18
2017年	3	2.5%	18
2016年	3	2.5%	18

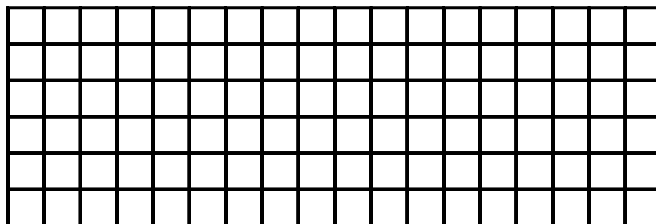
一、利用无刻度直尺作定长线段

【教法备注】

利用勾股定理作定长线段

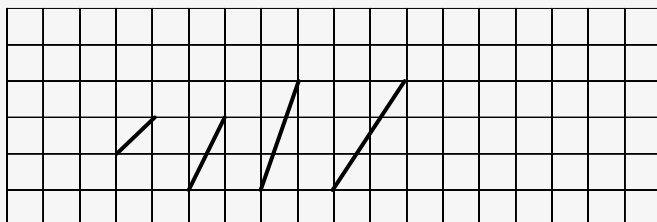
|| 例题1

1. 若每个小正方形网格的边长为1，画出长度为 $\sqrt{2}$ ， $\sqrt{5}$ ， $\sqrt{10}$ ， $\sqrt{13}$ 的线段，线段端点在格点上。



【答案】画图见解析。

【解析】如图：

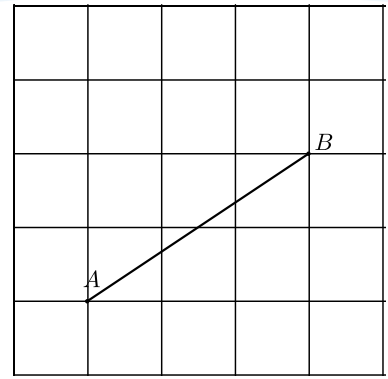


【标注】【知识点】勾股逆定理的应用

二、作平行线

|| 例题2

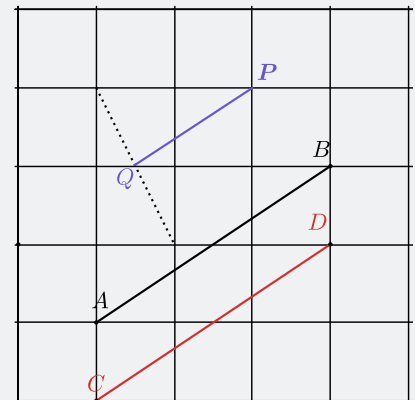
如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 均在格点上，用无刻度直尺，画出线段 AB 的平行线。



【教法备注】

平行解题思路 {

- ① 平移
- ② 遇到网格不足时，进行放大或缩小



练习2

2. 利用直尺画图 .

(1) 利用图①中的网格，过 P 点画直线 AB 的平行线 .

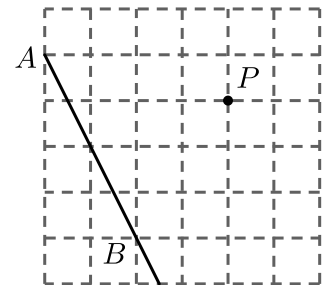
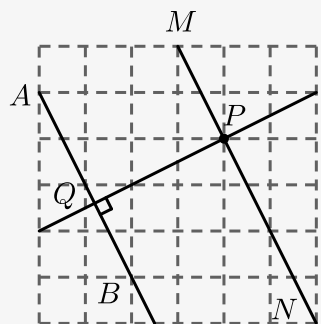


图 ①

【答案】 (1) 画图见解析 .

【解析】 (1) 如图所示， $MN \parallel AB$.



【标注】【知识点】平移构造特殊图形

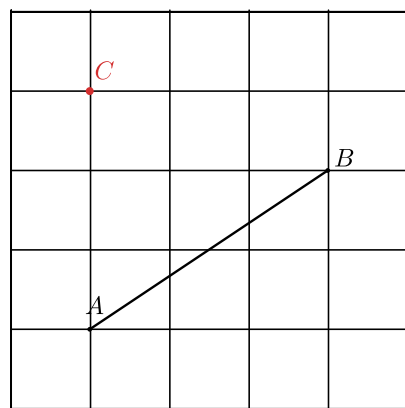
【重点强调】

此题作法不唯一

三、作垂线

|| 例题3

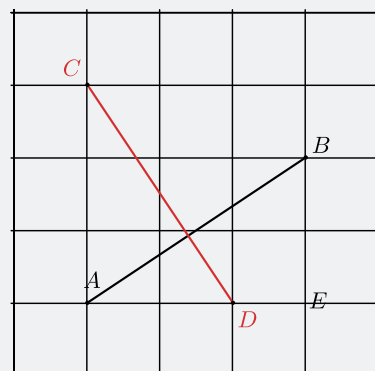
如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 均在格点上，用无刻度直尺，画出线段 AB 的垂线。



【教法备注】

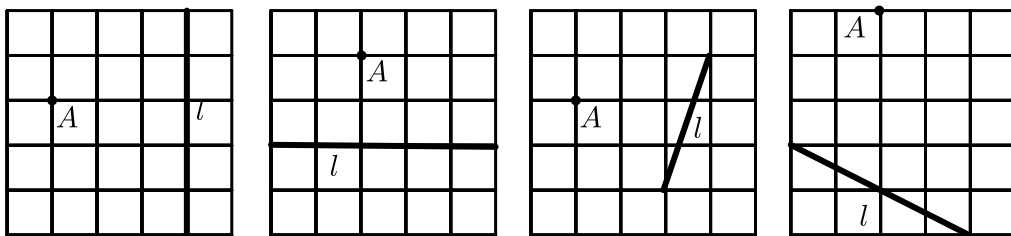
垂直解题思路 {

- ① 一线三垂直
- ② 遇到网格不足时，进行放大或缩小
- ③ 利用垂心求高



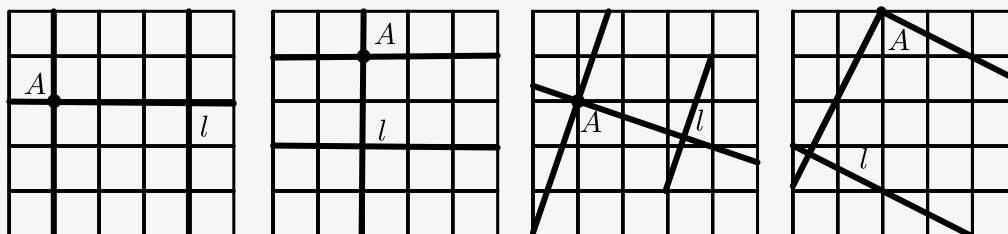
练习3

3. 过点 A 作直线 l 的平行线和垂线.



【答案】画图见解析.

【解析】

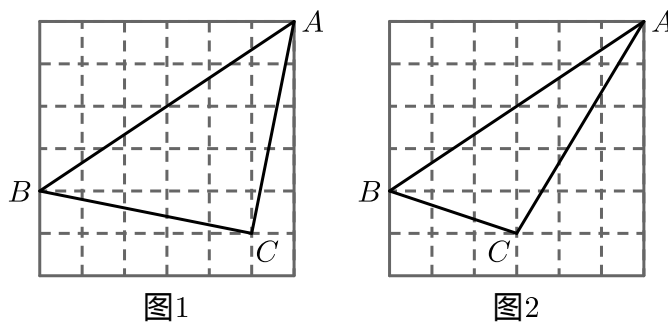


【标注】【知识点】平行线的性质

【知识点】过一点作已知直线的垂线

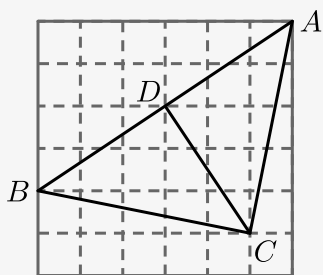
【知识点】过一点作已知直线的平行线

4. 如图, 在 6×6 的正方形网格中, $\triangle ABC$ 的顶点在格点上, 请仅用无刻度的直尺分别在图1, 图2中画出 $\triangle ABC$ 的 AB 边上的高.

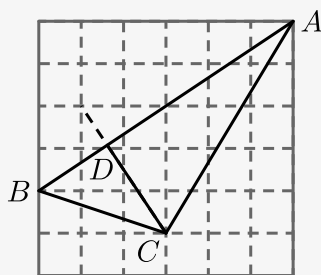


【答案】画图见解析.

【解析】如答图1和答图2所示, 高 CD 即为所求.



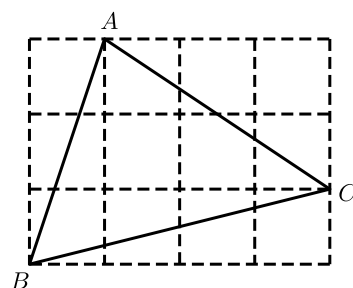
答图1



答图2

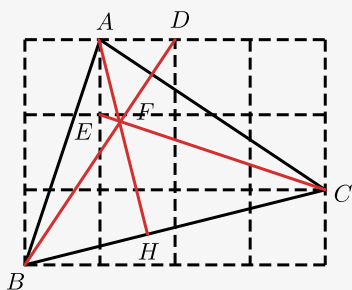
【标注】【知识点】作三角形的高，中线和角平分线

5. 如图，在由小正方形组成的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上，请借助网格，仅用无刻度的直尺在网格中作出 $\triangle ABC$ 的高 AH ，并简要说明作图方法（不要求证明）。



【答案】画图见解析。

【解析】



- (1) 连接 BD ，为 AC 边上垂线；
- (2) 连接 CE ，为 AB 边上垂线与 BD 交于点 F ；
- (3) 连接 AF 并延长，交 BC 于点 H ， AH 即为所求。

【标注】【知识点】作三角形的高，中线和角平分线

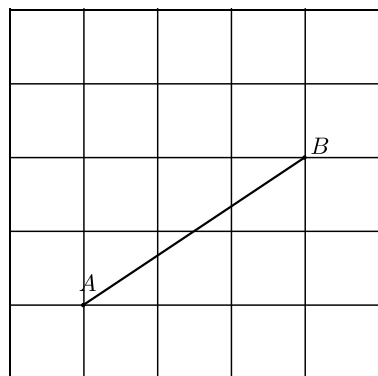
【重点强调】

此题可利用缩比或垂心作图

四、作等分点

|| 例题4

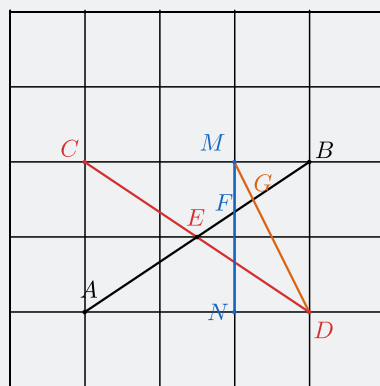
如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 均在格点上，用无刻度直尺，找出线段 AB 的中点、三等分、四等分点。



【教法备注】

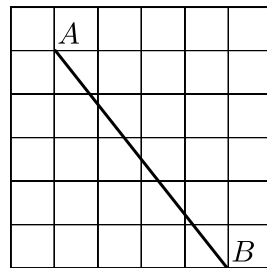
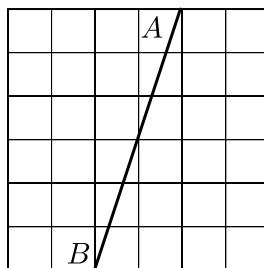
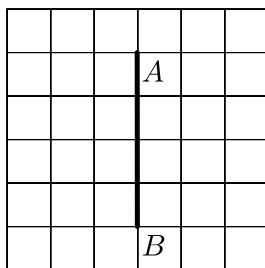
等分点解题思路：相似 {

- ① A字模型
- ② 8字模型（考察较多）
- ③ 子母模型（考察较少）



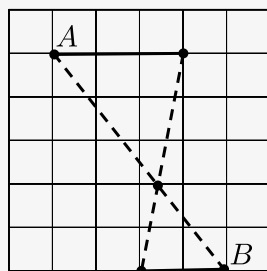
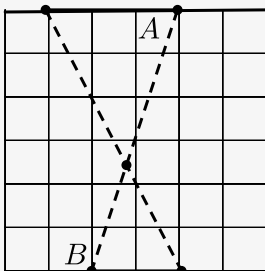
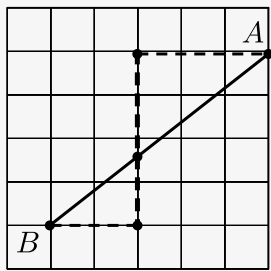
|| 练习4

6. 在线段 AB 上找出一一点，把线段 AB 分成3 : 2的两段。



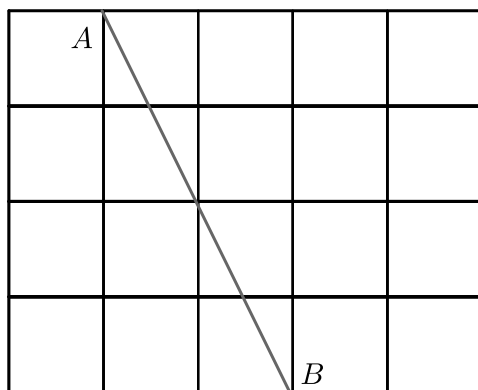
【答案】画图见解析。

【解析】



【标注】【知识点】网格中的三角形相似

7. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ， B 均在格点上．



(1) 线段 AB 的长为 _____ ．

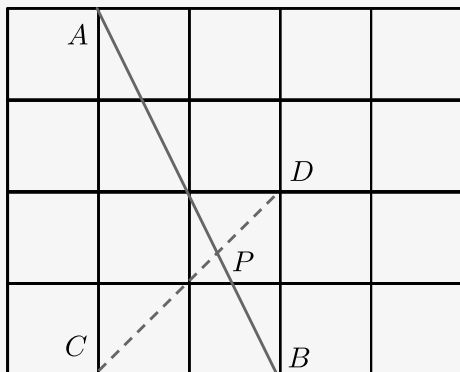
(2) 请利用网络，用无刻度的直尺在 AB 上作出点 P ，使 $AP = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ ，并简要说明你的作图方法 _____ （不要求证明）．

【答案】(1) $2\sqrt{5}$

(2) 取格点 C ， D ，连接 CD ， CD 与 AB 交于点 P ，则点 P 即为所求．

【解析】(1) 利用格点，根据勾股定理求： $AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ ．

(2) 根据三角形相似，使得 AP 为 AB 长度的 $\frac{2}{3}$ 即可．



【标注】【知识点】直接用勾股求边长

8. 在每个小正方形的边长为1的网格中，点A，B在格点上．

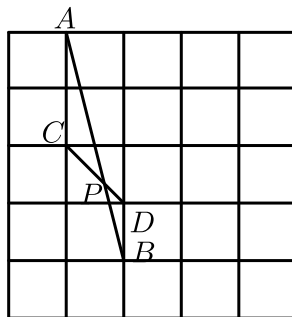


图 ①

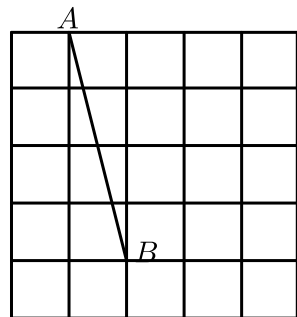


图 ②

- (1) 如图①，点C，D在格点上，线段CD与AB交于点P，则AP的值等于_____．
- (2) 请在如图②所示的网格中，用无刻度的直尺，在线段AB上画出一點P，使 $AP = \frac{9}{25}\sqrt{17}$ ，并简要说明点P的位置是如何找到的（不要求证明）_____．

【答案】(1) $\frac{2}{3}\sqrt{17}$

(2) 如图②

【解析】(1) $AB = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$ ，

$$\because \triangle ACP \sim \triangle BDP,$$

$$\therefore \frac{AP}{BP} = \frac{AC}{BD} = \frac{2}{1},$$

$$\therefore AP = \frac{2}{2+1}AB = \frac{2}{3}\sqrt{17}.$$

- (2) 如图②所示：取格点C、D，连接CD，CD与AB交于点G，取格点E、F，连接EF，EF与AB交于点P，则点P即为所求．

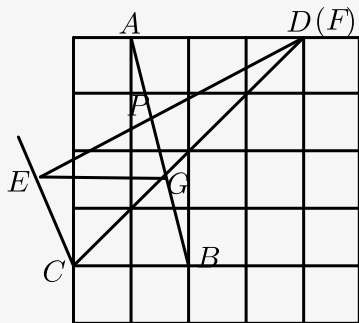


图 ②

【标注】【知识点】网格中的三角形相似

五、作角平分线

例题5

在正方形网格中，点 A 、 B 、 C 都是格点，仅用无刻度的直尺作 $\angle ABC$ 的角平分线图。

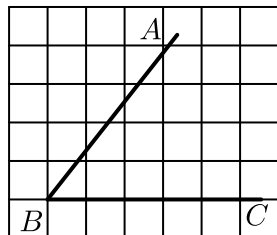


图 2

【教法备注】

- 角平分线解题思路
- ① $90^\circ / \alpha + 90^\circ + \alpha$ ：找网格对角线
 - ② 等腰+平行出角平分线
 - ③ 等腰三角形三线合一

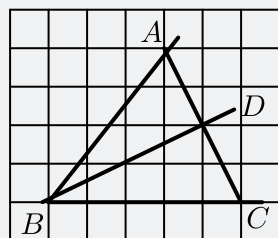


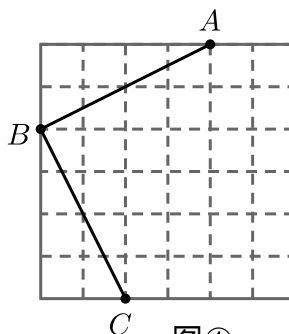
图 2

注意：

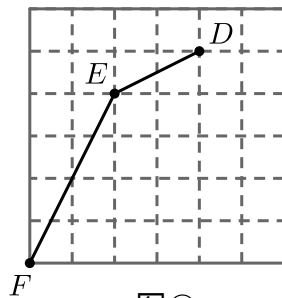
此题方法不唯一，图中为利用③作图

练习5

9. 图①、图②为 6×6 的正方形网格，点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 为格点，请你利用网格和无刻度的直尺分别作出 $\angle ABC$ 和 $\angle DEF$ 的角平分线，并保留必要的作图痕迹。



图①



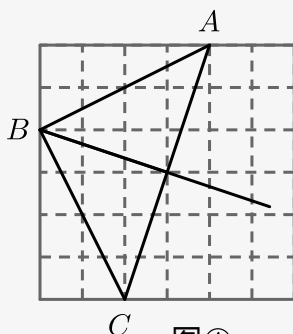
图②

【答案】画图见解析。

【解析】

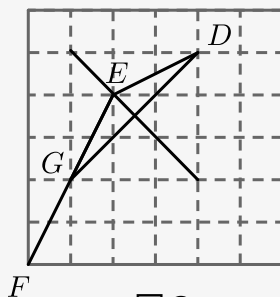
在图①中， AB 、 BC 都为—个 4×2 长方形的对角线，连接 AC ， AC 为—个 6×2 的长方形的对角线，

$\triangle ABC$ 为等腰三角形，因为等腰三角形三线合一，所以找到 AC 中点即可，在 6×2 长方形中找到最中间的点与 B 连接即可画出角平分线。



图①

利用等腰三角形三线合一的性质，将中线画出即可，在 EF 上截取与 ED 相同长度 EG ， G 为网格交点，连接 GD ， $\triangle EGD$ 为等腰三角形， GD 为—个 3×3 长方形的对角线，只需画出另一条对角线，交点与 E 连接即为角平分线。



图②

【标注】【知识点】等腰三角形的性质-三线合一

10. 如图， 7×7 的的网格中， A ， B ， C 均在格点上，请用无刻度的直尺作图（保留作图痕迹，不写作法）。

（1）在图1中找—格点 D ，使得 $\triangle ACD$ 为等腰三角形（找到—个即可）。

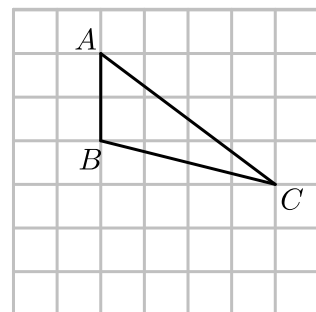


图1

（2）在图2中作出 $\angle BAC$ 的角平分线。

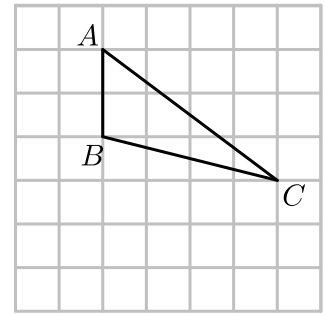


图2

【答案】（1）画图见解析．

（2）画图见解析．

【解析】（1）如下图．

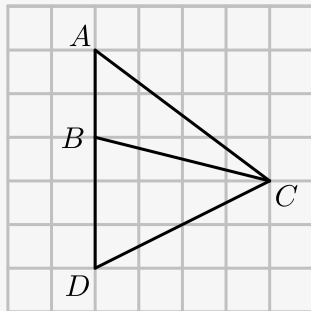


图1

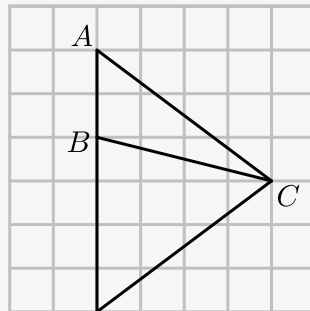
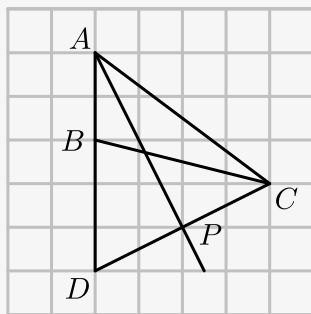


图2

（2）如图， AP 即为所求．



【标注】【知识点】作等腰三角形

11. 图①、图②、图③均是 5×5 的正方形网格，每个小正方形的顶点称为格点．点 A 、 B 、 C 均在格点上．在图①、图②、图③给定的网格中按要求画图．

（1）在图①中，画 $\triangle ABC$ 的高线 AD ．

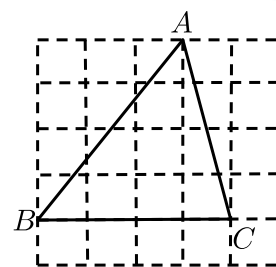


图 ①

(2) 在图②中，画 $\triangle ABC$ 的中线 CE ．

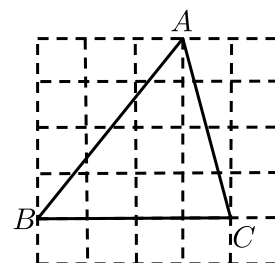


图 ②

(3) 在图③中，画 $\triangle ABC$ 的角平分线 BF ．

要求：借助网格，只用无刻度的直尺，不要求写出画法．

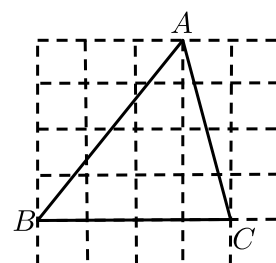


图 ③

【答案】(1) 画图见解析．

(2) 画图见解析．

(3) 画图见解析．

【解析】(1) 在图①中，画 $\triangle ABC$ 的高线 AD ，线段 AD 即为所求．

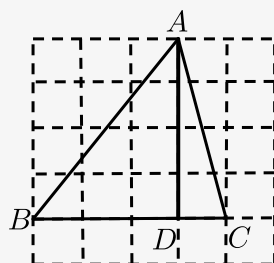


图 ①

(2) 在图②中，画 $\triangle ABC$ 的中线 CE ，线段 CE 即为所求．

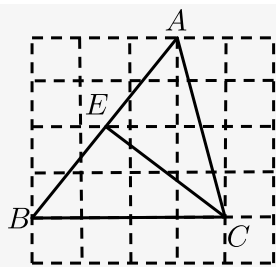


图 ②

(3) 在图③中，画 $\triangle ABC$ 的角平分线 BF ，取格点 G ，连接 BG 交 AC 于 F ，线段 BF 即为所求．

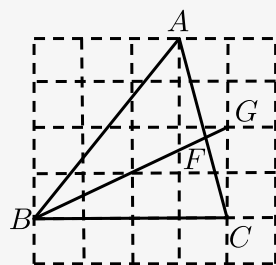


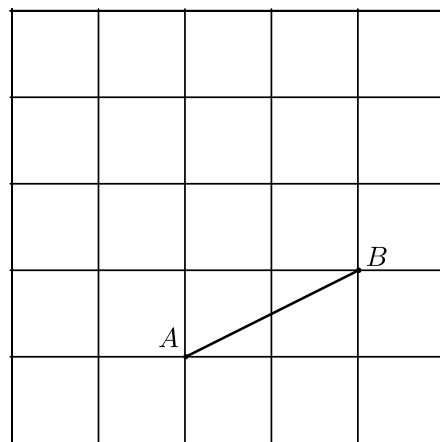
图 ③

【标注】【知识点】作三角形的高，中线和角平分线

六、 作垂直平分线

|| 例题6

如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 均在格点上，用无刻度直尺，作出线段 AB 的垂直平分线.

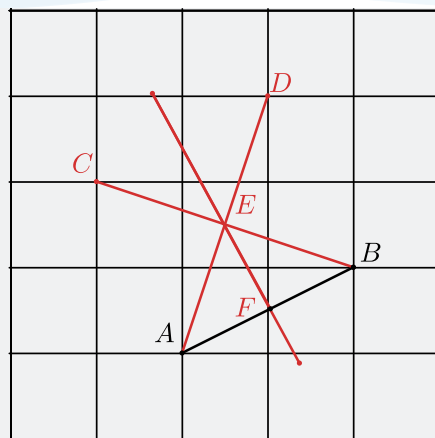


【教法备注】

- 垂直平分线解题思路
- ① 定义法：找中点作垂直
 - ② 正方形对边中点+线段中点
 - ③ 正方形中心点+任意特殊点

注意：

此题作法不唯一，图中为利用③作图



练习6

12. 在正方形网格中，点A、B、C都是格点，仅用无刻度的直尺按下列要求作图．

(1) 在图1中，作线段AB的垂直平分线．

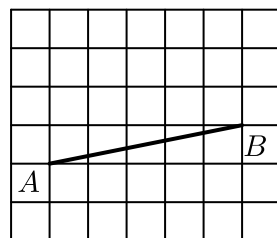


图 1

【答案】(1) 画图见解析．

【解析】(1) 如图所示：直线CD即为所求：

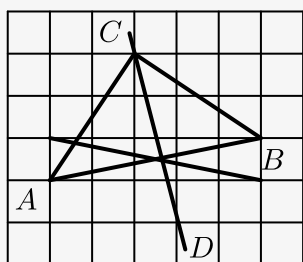


图 1

【标注】【知识点】作线段的垂直平分线

【知识点】作角平分线

13. 如图，在 4×8 的正方形网格中，点A、B、C均在格点上，请用无刻度直尺按要求画图．

(1) 在图1中，以点C为顶点作 $\angle BCP$ ，使 $\angle BCP = \angle ABC$ ．

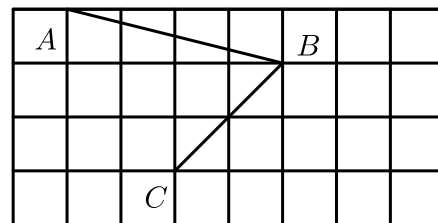


图1

(2) 在图2中，在 AB 上找一点 M ，使 $BM = CM$.

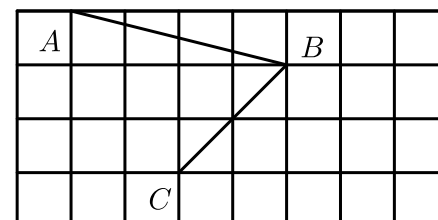


图2

【答案】 (1) 画图见解析 .

(2) 画图见解析 .

【解析】 (1) 如图1， $\angle BCP$ 为所求的角；

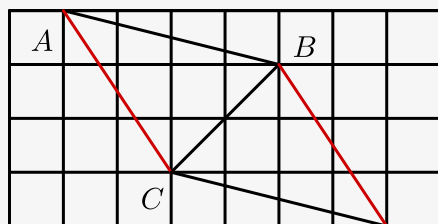


图1

如图1所示，由勾股定理可知：

$$AB^2 = 1^2 + 4^2 = 17, AC^2 = 2^2 + 3^2 = 13, PB^2 = 2^2 + 3^2 = 13,$$

$$PC^2 = 1^2 + 4^2 = 17,$$

所以 $AB = PC$ ， $AC = PB$ ，则四边形 $ABPC$ 为平行四边形，

所以 $AB \parallel PC$ ，

则 $\angle BCP = \angle ABC$ （两直线平行，内错角相等），

故 $\angle BCP$ 即为所求．

(2) 图2， M 点为所求的点．

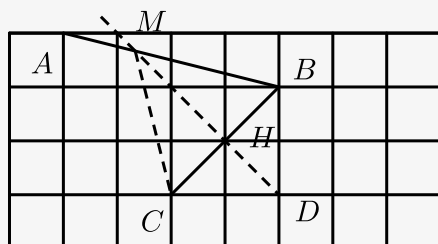


图2

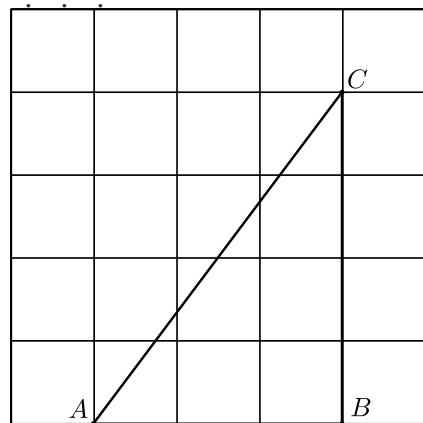
如图2所示, $BH = CH$, $CD = BD = 2$,
 则点 D , H 在线段 BC 的垂直平分线上,
 过点 H , D 做直线交 AB 于点 M ,
 所以点 M 在线段 BC 中垂线上, 即 $BM = CM$.
 故点 M 即为所求.

【标注】【知识点】作线段的垂直平分线

七、构造等角

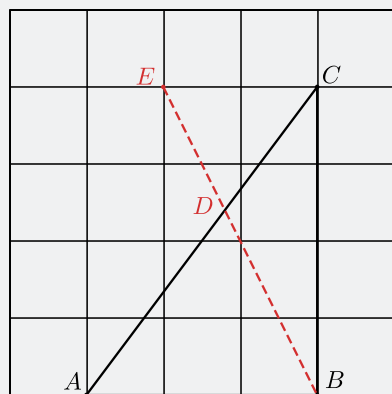
|| 例题7

如图, 在每个小正方形的边长为1的网格中, 点 A 、 B 均在格点上, 用无刻度直尺, 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上取一点 D , 使得 $\angle ADB = \angle ABD$



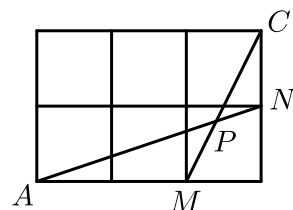
【教法备注】

构造等角解题思路：①构造等腰三角形
 ②相似三角形



|| 练习7

14. 如图, 是大小相等的边长为1的正方形构成的网格, A , C , M , N 均为格点, AN 与 CM 交于点 P

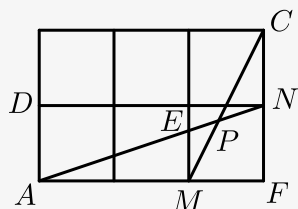


- (1) $MP : CP$ 的值为 _____ .
- (2) 现只有无刻度的直尺，请在给定的网格中作出一个格点三角形，要求：
- ① 三角形中含有与 $\angle CPN$ 大小相等的角；
 - ② 可借助该三角形求得 $\angle CPN$ 的三角函数值 .
- 请在横线上简单说明你的作图方法 _____ .

【答案】 (1) 2 : 3

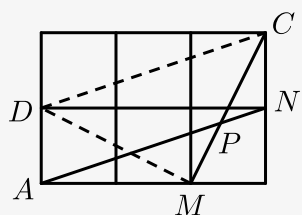
- (2) 取格点 D ，连接 CD ， DM ，则 $\triangle CDM$ 即为所求，画图见解析 .
- (或取格点 E ，连接 AE ， EN ，则 $\triangle AEN$ 即为所求，画图见解析 .)

【解析】 (1) 设 AN 交 EM 于点 E ，



$$\begin{aligned} \triangle PEM &\sim \triangle PCN, \\ \therefore PM : PC &= ME : CN, \\ \triangle AEM &\sim \triangle ANF, \\ \therefore ME : FN &= AM : AF, \\ \therefore ME : FN &= 2 : 3, \\ \text{又} \because FN &= CN, \\ \therefore ME : CN &= 2 : 3 \\ \therefore PM : PC &= 2 : 3. \end{aligned}$$

- (2) 取格点 D ，连接 CD ， DM ，则 $\triangle CDM$ 即为所求 .



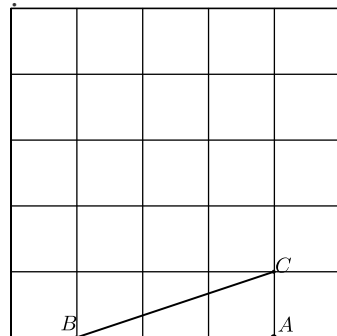
(或取格点 E ，连接 AE ， EN ，则 $\triangle AEN$ 即为所求 .)



八、作点关于某条直线的对称点

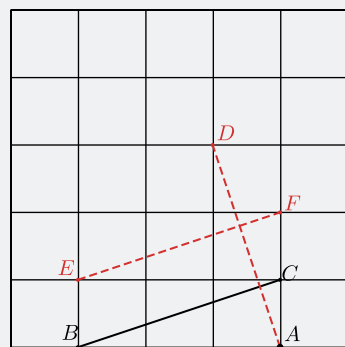
例题8

如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 均在格点上，用无刻度直尺，作出点 A 关于直线 BC 的对称点 A' 。



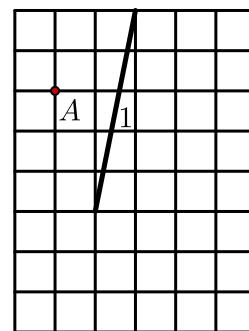
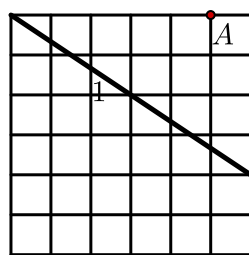
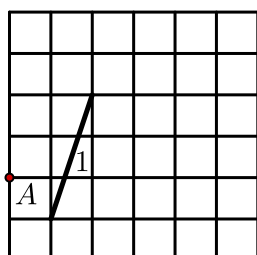
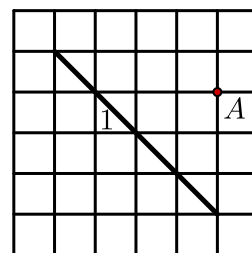
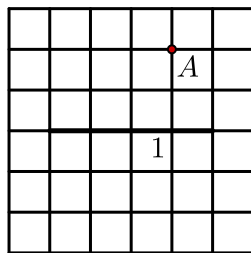
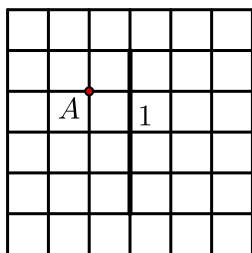
【教法备注】

对称点的解题思路：平行线距离相等

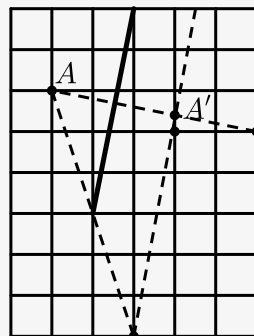
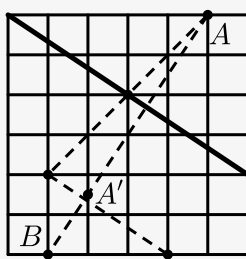
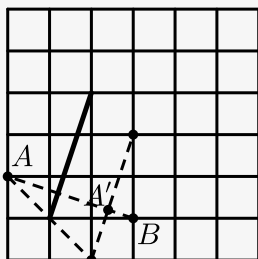
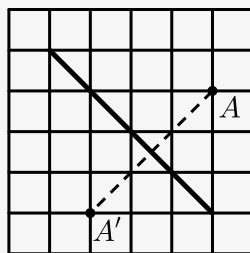
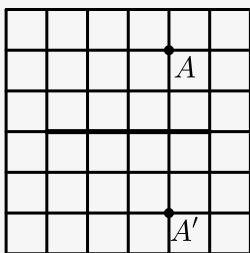
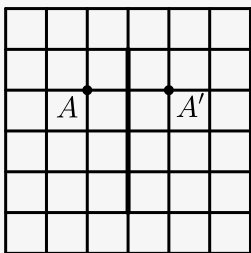


练习8

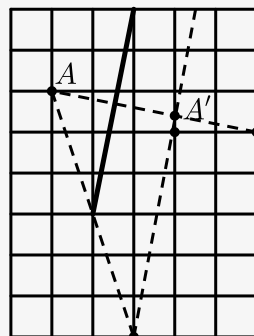
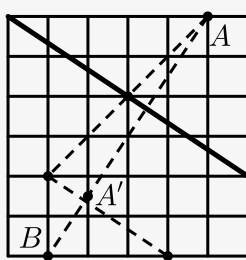
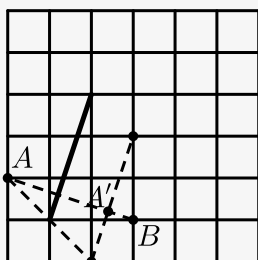
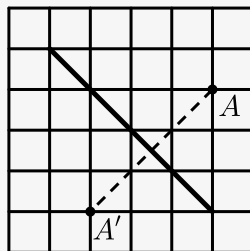
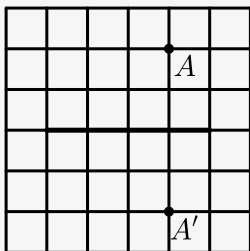
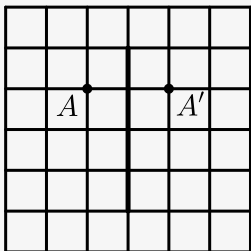
16. 作点 A 关于直线 l 的对称点 A' 。



【答案】

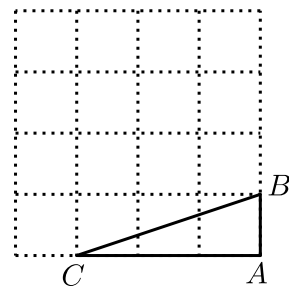


【解析】



【标注】【知识点】作轴对称变换

17. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ，点 B ，点 C 均落在格点上。



(1) BC 的长等于 _____ .

(2)

请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出 $\triangle ABC$ 关于直线 BC 对称的图形，并简要说明画图方法（不要求证明）。

【答案】（1） $\sqrt{10}$

（2）画图见解析。

【解析】（1）由勾股定理得： $BC = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ ，

故答案为： $\sqrt{10}$ 。

（2）如图，

取格点 D 、 E 、 F ，

连接 AD ，保证

$AD \perp BC$ ，

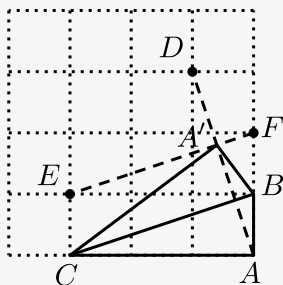
连接 EF ，可知：

$EF \parallel AB$ ，

且 EF 与 AB 的距离和 A 与 BC 的距离相等，

EF 与 AD 的交点即为点 A' ，

得 $\triangle ABC$ 关于直线 BC 对称的图形： $\triangle A'BC$ 。

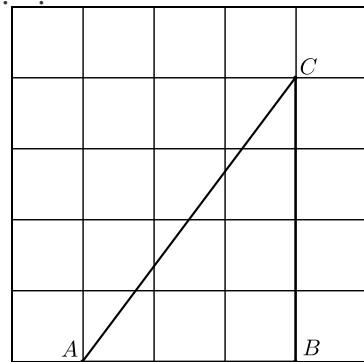


【标注】【知识点】直接用勾股求边长

九、构造面积比例

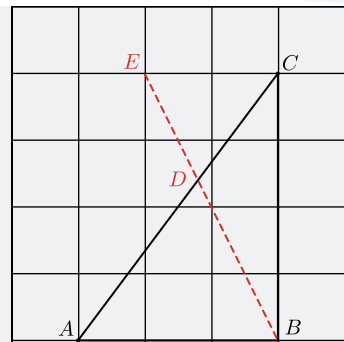
|| 例题9

如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 均在格点上，用无刻度直尺，在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上取一点 D ，使得 $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ACD} = 2 : 3$ 。



【教法备注】

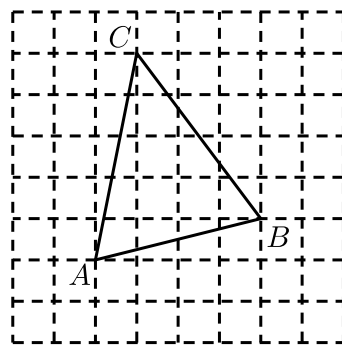
构造面积比例解题思路：等底则等分高或等高则等分底



练习9

18. 如图，网格中小正方形的边长均为1， $\triangle ABC$ 是格点三角形（三角形的顶点都在格点上），请仅用无刻度的直尺作图．

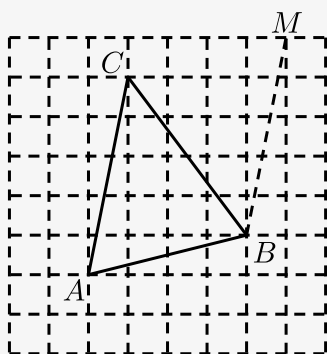
（1）在图①中作出格点 M ，使 $S_{\triangle MAB} = S_{\triangle ABC}$ ．



图①

【答案】（1）画图见解析．

【解析】（1）如图①所示，

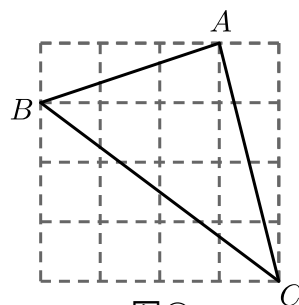


图①

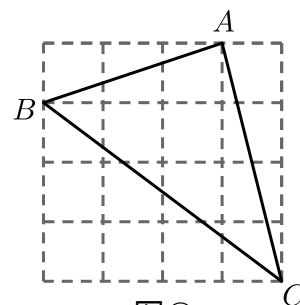
点 M 即为所求．

【标注】【知识点】勾股定理

19. 图①、图②都是 4×4 的正方形网格，每个小正方形的顶点叫做格点， $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上．仅用无刻度的直尺，分别按下列要求画图，保留作图痕迹．



图①



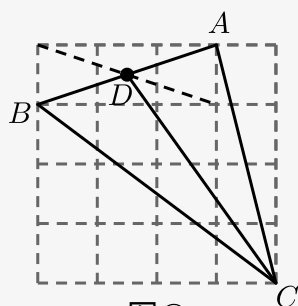
图②

- (1) 在图①中，在 AB 上找一点 D ，连接 CD ，使 $\triangle BCD$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的一半。
- (2) 在图②中，在 $\triangle ABC$ 内部（不含边界）找一点 E ，并连接 BE 、 CE ，使 $\triangle BCE$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的一半。

【答案】 (1) 画图见解析。

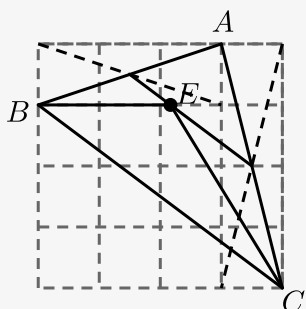
(2) 画图见解析。

【解析】 (1) 如图：



图①

(2) 如图：

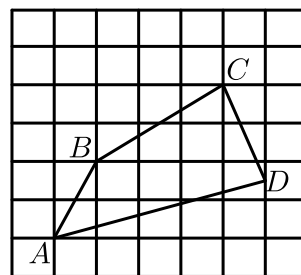


图②

【标注】 【知识点】作图依据

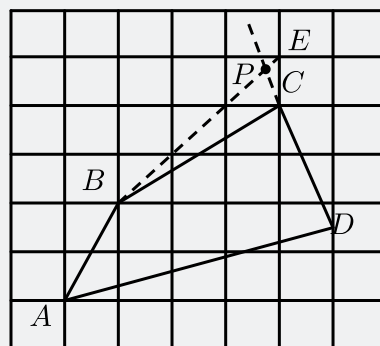
十、构造相等面积

如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A, B, C 均在格点上， D 为小正方形边中点．请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出一个点 P ，使其满足 $S_{\triangle PAD} = S_{\text{四边形}ABCD}$ ．



【教法备注】

构造相等面积解题思路：平行线距离相等



练习10

20. 如图，在 12×8 的网格中，每个小正方形的边长为1，四边形 $ABCD$ 的顶点 A, B, C, D 均在格点上，用无刻度的直尺按要求作图．

(1) 在图1中，连接 BD ，并在线段 BD 上找一格点 P ，使得 $\angle APB = \angle CPB$ ．

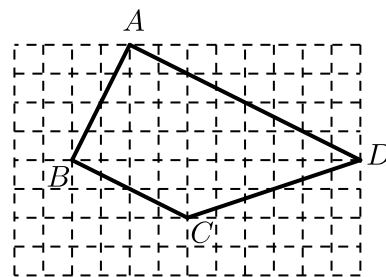


图1

(2) 在图2中，作线段 MN 将四边形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分， M, N 是格点且在四边形 $ABCD$ 边上．

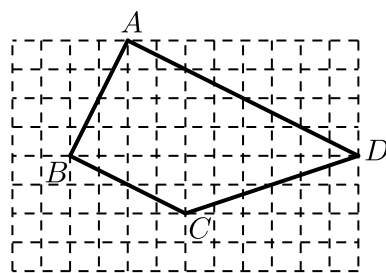


图2

【答案】(1) 画图见解析 .

(2) 画图见解析 .

【解析】(1) 如图所示 :

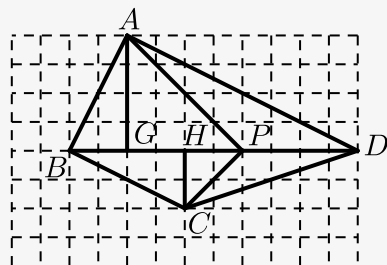


图1

$$\because AG = PG = 4 ,$$

$$CH = PH = 2 ,$$

$$\angle AGP = \angle CHP = 90^\circ ,$$

$\therefore \triangle AGP, \triangle CHP$ 都是等腰直角三角形 ,

$$\therefore \angle APB = \angle CPB = 45^\circ ,$$

$\therefore$ 点 P 即为所求 .

(2) 取 BC 中点 M , 取 AD 中点 N , 连接 MN, AM, DM, BD ,

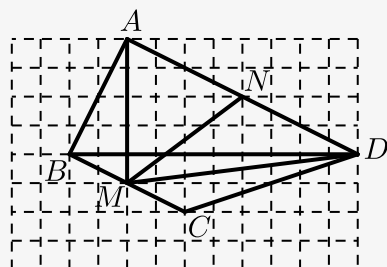


图2

$$\because \tan \angle ADB = \frac{1}{2} , \tan \angle CBD = \frac{1}{2} ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD ,$$

$$\therefore AD \parallel BC ,$$

$$\because BM = CM , AN = DN ,$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} = S_{\triangle DCM} , S_{\triangle AMN} = S_{\triangle DMN} ,$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} + S_{\triangle AMN} = S_{\triangle DCM} + S_{\triangle DMN} ,$$

$\therefore MN$ 平分四边形 $ABCD$ 的面积 ,

$\therefore MN$ 即为所求 .

【标注】【知识点】等腰直角三角形的性质

【知识点】判断三角形的高, 中线和角平分线

【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

【知识点】作一个角等于已知角

【能力】推理论证能力

 网格纸

